算　数　科

1.　「発見学習」をどのように受けとめたか

1年生の10までの数の構成を例にとって、算数科では、発見学習をどう受け止めたかを明らかにしていきたい。

展開のあらましは、次のようである。

①　5はいくつといくつで作れるか

②　おはじきを並べてしたことから　わかったことは

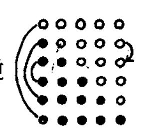
③　並べ替えてせいとんして　わかったことは　Ⓐ

④　6をいくつも作って　わかったことは　Ⓑ

⑤　5・6を作ってみて　にていると思ったことは　Ⓒ

⑥　ほかの数を作る時でもいえるか7 8 ・・・ でたしかめる

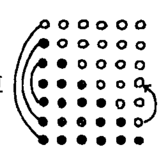
Ⓐ5の構成　6通り

逆 

●＋1

○－1

Ⓑ6の構成　7通り

逆 

●－2

○＋2

ⒸNの構成

N＋1通り

●＋n○－n

●－n○＋n

a＋b

b＋a

1.　見つけるもの

何を発見させるのか、発見の対象についてみると、①②③の学習から、児童は、5は2と3・1と4 ・・・ で作られていること、5と0・0と5が作られること、2と3と反対の3と2があること、黒が2ふえると白が2へっていること、5の作り方は全部で6通りあることなどをみつけている。これと同様なことを④の6の構成でもみつけている。しかし、私たちが発見の対象と考えているのは、このような、5の構成・6の構成といった個々の学習での個々の数学的事実でなく、④⑤の学習からみつけだしている、どの数の時でも一方がふえただけ他方がへっていること(doing undoing)やaとbがあればかならず反対のbとaができること(交換法則)、作り方は作る数より1つ多くあることなどのような、5・6・7・・・・・の構成という類似の問題群、つまり、集合に共通していえる原理・法則などの基本的性質、これが、発見学習の発見の対象とならなくてはいけないと考えている。

原理・法則は、個々の数学的事実の発見なしにはできないし、学年発達やとらえる集合の大きさによって表現や次元の高さが異なってくるのは当然のことである。

2. そだつもの

発見学習は、見方・考え方・処理のしかたを、原理・法則の発見と切りはなして指導できないものとして、強く正面に打ちだし、その学習過程を通して児童の主体性と創造性を育てようとしている。

③や⑤⑥の学習のあとに学習をふりかえる時間をとり、おはじきという具体物を用いたり、Ⓐ Ⓑのように順序づけて表のように並べかえたりすることによって、今まで気づかなかった多くの事実がみつけられたことや、5と6の構成をまとめて共通点を探したことがきまりの発見につながっていることなど、発見への着想や手続きを意識的にみなおし、児童の身につくように心がけている。

単純な数や形におきかえる、表・グラフ・図に表わしてみる、特別な場合から考えてみる、また、個々にみてきたものを統一してみる、条件をかえ考えの適用限界をさぐったり考えを拡張してみる、問題を含めた集合を考えながら思考を進めるなど、発見に役立つ着想や学習のしかたを、発見学習をすることによって、より確かに育てることができると考えている。

3. どんな場で

どんな場に児童がおかれた時に、原理・法則の発見がなされるかについて簡単にふれておきたい。

解決がたやすく、答だけ求めるような場、指導者の設けた小きざみな問に答えていくうちにきまりがでていたといった場、つまり抵抗のない場では発見学習はなされない。

先の事例の5・6の数の構成を統一してことばでまとめようとした⑤の場できまりの発見がなされているように、◦個の解決でなく、個を含む集合や見かけの異なるものをとり上げ、それらを統一的にながめさせる場、また、◦答が求められたことで満足しないで、よりよい解決方法を求めさせる場◦矛盾や不合理を追求し、その根拠を求めさせる場など、児童が困惑や限界を感じながらも、自分の力でそれをのりきろうとする、発見へのめあてと意欲を持たすことのできる場が必要である。

2 「発見学習」を深めるために

1. 研究の領域と視点

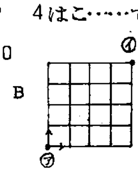
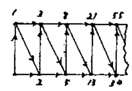
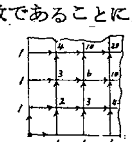
本年度は、私達の研究の仮説をたてる段階なので、特に、研究領域を規定したり、広くしたりしないで、発見学習が可能で効果あると思われる、モデルとなる小規模な教材を取り上げ、発見学習をどう受け止め展開したらよいか、次のような視点をもって研究を進め、問題点をさぐってきた。

- 教材のもつ価値と教材のたてのつながりを明らかにする
- 児童の実態と展開の具体を通して　発見の対象・育つもの・場・学習過程や問題点を明らかにする
- 同じ内容の教材でも　学年により　どこまでを1つの集合とみ　どんな法則の発見まで可能か
- 課題や学習の構成・扱い方を変えることによって　どのようにより高次な発見学習にできるか

2. 学習過程の再吟味

児童の実態からみて、発見学習過程のどこでつまづきがみられるか、また、どのような対策をたてることが、発見学習を深めることになるか　6年の「通り道」の学習展開を中心に考えていきたい。

(1) 児童の実態　　6年「通り道」の学習

過程	おもな学習活動	児　童　の　実　態
課題をとらえる	1 通り道の数を調べる 	(1)えんぴつでたどりながら数えはじめる　きまりをさがそうとする子なし たくさんあるなあ　わからなくなったの声
	2 学習のめあてをつかむ はやく　まちがいなく解くにはどうしたらよいか	(2)まちがいなく数えるにはどうしたらよいか はやくみつけるにはどうしたらよいか きまりがないだろうか　など
仮説をたてる	3 自分の考えを書く	(3)どんなことを書けばよいかまよう　書けない児童　約$\frac{1}{3}$　つぶやき
	4 考えを発表する	(4)a 混乱しないように　いくつかずつ紙に書いていけばよい b 下の線を通るものだけ　次に上の線にいくものを数えたらよい c 数をへらしてきまりをさがす d 1はこで3通りだから3×8で24通りだと思う (5)発表を聞いて　自分の考えをけしたり　なおしたりする児童多い (6)発表するやいなや　勝手に　ちがう　おかしいなど非難する子あり
仮説をねりあげる	5 a b c dの考えについて話し合う	(7)そんなにはやくならない　おかしい　きまりをみつけたらよい　など (8)はこ2つの時8通りで6でないから　aの考えはちがう (9)着想のよい点を　まったく認めようとしないで　考えをこわすだけ
	6 もう1度きまりをさがし発表する	(10)パッと考えついたことでよいからといっても　書けない児童が多い (11)e 1はこふえるごとに5多くなる　f 前の$\frac{8}{3}$倍になるのでないか
	7 e fの考えを3はこでたしかめる	(12)21通りなのに　eでは8＋5＝13でちがっている (13)fは四捨五入するとあってくる　四捨五入で決めるのはおかしいの声 (14)だんだんわからなくなったの声　きまりをみつける方法に関する声なし
	8 1……3　から　きまり 2……8　がさがせない 3……21　か考え　発表	(15)g 3 ↓5 8……3＋5＝8 ↓13……5＋8＝13 21……8＋13＝21 (16)左のきまりの発見者41人中7人　その児童も　たしかめていないので　不安で発表したがらない
	9 4はこ……でたしかめる	(17)大喜び　計算めんどうだの声　8はこまで計算している子もあり
たしかめる	10 gの考えを左の図でたしかめる 	(18)・1はこ 2はこをどうとって適用してよいかわからない児童多い (19)・2・6・20からきまりをみつけようとしているが　みつからない (19) gのきまりのでてきた根拠を考えないで　数列を操作するだけ (20) できないことに気づくが　観点をどう変えたらよいかわからない
	11 A B図にあてはまるきまりがないか　gのたしざんでどうしてでてくるのか図で調べる ・ことばでまとめる	(21)  ・図をあとぐる ・→は3しかないから　の方から5だ　5とか13の数は下の点までの通り道の数であることに気づく ・○印の数をみつける  (22)前のわかれ道の通り方の数を加えればよい
	12 B図でたしかめる	(23)図がかわると　まだ　混乱する児童あり
発表	13 自分で図を作り適用する	(24)似た図しか作れない子が多い　曲線　前分岐点が3のものなどもあり

(2) つまづきの多い学習段階と問題点

① 計画段階

発見学習は、意欲をもつような課題によって動機づけをおこない、科学的方法に立脚して学習を展開することを強く要求しているところに、その特色があると思われる。しかし、児童の実態の①③④などからも推察できるように、児童は、試行錯誤的に、また、解決のしかたや結果についての見通しを持たないで、いたずらに答を出すことを急いでいる。そこには、既習の経験を生かし、どのような方法で、どう考えを進めていったらよいかといった計画性がないように思われる。

形式的な考えの進め方を知ることも大じだが、それとともに、既習の類似した学習での解決のしかた、解決によくきいた着想などを想起させ、「どう考えていくのか」の問に、各自が答えられるような解決への計画を持ち、仮説の設定・検定・修正へと進めるようにしなければいけない。

② 仮説をたてる段階

仮説をたてられない、たてても発表しない、すぐ考えが変わるといったようすが、④⑤⑩⑭⑯などで多くみられた。その理由として考えられるものは、・児童は、仮説を仮りのものと考えないで、完全なものを要求されているように考えていること、・信頼性の弱い仮説だと、児童や指導者から無視されたり、笑われたり、非難されたりすることからくる不安、・既習の経験と、どう結んで考えてよいかわかっていないこと、・仮説のはっきりした根拠を持っていないことなどである。

仮説は、仮りのものであり、ちがっているのがあたりまえで、まちがいの仮説なんかないという立場で、児童も指導者も、よい点を生かし認めてやらなければいけない。また、ひとりひとりが自分の仮説を持つよう記録させることも大じである。仮説をたてる段階は、児童がよいアイデアを生みだすのに最もよい段階であることを心して、学習を展開しなければいけない。

③ 仮説をねりあげる段階

これまでの学習では、仮説が出されるとよいものだけを取り上げたしかめ結論を導びきだすといった展開が多かった。それも、一部の児童だけの話し合いや指導者の誘導でストレートに進められていたように思う。事例では、学習活動の5～11で検定と修正をくりかえし仮説を作り上げているのはよいが、児童にとっては、目の前の問に答えているうちに、あるいは、理解しようと努力しているうちにできあがっていたといった感じであることが、⑩⑭⑯⑱⑲などからうかがえる。ねりあげるといっても、それが少数の児童だけでなされているところに問題がある。検定はみんなでやっても、修正はひとりひとりに時間をかけてさせるようにしなければいけないと思う。解決に結びつかない仮説も、その根拠や着想を認め意義づけしてやれる話し合いが重要である。ストレートに進むより、つまずき考えなおすといったジグザグの足跡を残しながら進んでいくのが望ましいのかもしれない。

以上のような実態を考慮しながら、算数科の発見学習過程の仮説をたて、指導の留意点についても大まかなものを記入し、表にして次にのせることにした。しかし、この表はあくまでも基本型の仮説であり、今後の研究によって、さらに信頼性のあるものに加除修正していきたいと思っている。

3　発見学習過程の基本型

過程	学　習　意　識	指　導　上　の　留　意　点
課題をとらえる	◦どんな場面だろう ◦どんなことが問題になるのだろう ◦何が解決されればよいのだろう	◦教師の一方的な問題提示にならないよう　◦抵抗ある問題を作る ◦個でなく類を含む問題の解決やよりよい解決手段を求める意識を ◦答えでなく　原理・法則・規則を求める課題への焦点化をはかる ◦課題を明確に記録し　掲示しておく
仮説をたてる	◦どう考えを進めたらよいだろう ◦どのようにしたら　解決できるのだろう	◦既習の類似問題とその解決のし方を規起させ　計画をたてさせる ◦完全無欠な考えを要求しているような感じをいだかせないように ◦各人が自分の仮説を持ち発表できるよう　記録させる ◦助言を必要とする時は類似の問題でどんな考え方が効果的だったかを想起させるようにし、できるだけ直接的助言を与えない ◦仮説の生まれた根拠や着想も　記録したりして明確にさせる
仮説をねりあげる	◦仮説にしたがって調べてみよう ◦よりよいものにしよう （検定　修正を重ねる）	◦主体性のない肯定や迎合に終らないよう　できるだけ　個人　グループ間で交換し　意見をたたかわせる ◦解決に結びつかない仮説でも　軽視することなく　根拠や着想について話し合い　よい点を認めあえるよう注意し　失望させない ◦助言は　仮説の意味づけ　視点転換の示唆にとどめる ◦よい仮説だけを取り上げ　ストレートに先を急がないようにする ◦仮説の修正は　個人にもどし各人にさせる
たしかめる	◦仮説にしたがって　みんなでたしかめてみよう ◦ほかの類題でたしかめてみよう ◦結果をわかりやすくまとめよう ◦反省してみよう	◦各仮説の考え方　たしかめ方など　情報交換が活発になるように導き　集団思考のよさをわからせるようにする ◦類似の問題で　仮説が成立するかたしかめさせる ◦解決の結果を　課題をたしかめながら　用記や記号　的確なことば　図表などでまとめるようにする ◦各人の見方や考え方　扱い方について　成功した理由　失敗した理由をはっきりさせるようにする ◦特に発見に役立った着想をみつけさせ　記録し残すようにする
発展する	◦いろいろな問題にあてはめてみよう ◦どこまであてはまるかしらべてみよう	◦類似の問題だけでなく　特殊な問題や変形した問題についても試みるようにする ◦まとめた原理・法則が　どの範囲まで成立するかを　既習の内容も含め　問題の条件をゆるめたりしながら考えさせるようにする ◦成立の限界をさらに拡張するには　どんな条件を新しく持ちだすことが必要かをおさえ　発展の方向に目をむけさせるようにする ◦類推による概念の延長だけでなく　演　的推理による概念の一般化もたいせつにしたい
反省	◦学習をふりかえってみよう	◦学習過程全体について　学習内容の整理だけでなく　学習の進め方　役立った考え方　発展の方向などについてもふれたい

3 実　　践　　例

植木算の学習から　　——— 3年 ———

1. 指導にあたって

算数、数学の現代化が叫ばれている現在、古典問題の植木算ということばを耳にすると、奇異の念をいだく人がいるかもしれない。また、新現いずれの指導要領にも、植木算ということばをどこにもみることができない。それにもかかわらず、どの教科書にも植木算がのっているのは、植木算が対応という考え方を養うのに、たいへん適した問題であるからである。また、この教材は、オイラーの公式へと発展する教材であり、扱い方によっては、位相につながる、内容の豊かな教材である。

しかし、これまで植木算といった場合、物と間の対応は、求答の手段としてのみ用いられていたようである。そのため、個々に出された法則（間の数＝木の数−1、間の数＝木の数）は、全く別の法則として扱われていたようである。また、このことが、学習の流れを不自然にして、児童はひとつの法則にだけにとどまり、法則を拡げようとする発展的な考えを持ちえなかったのでなかろうか。

そこで、この学習を進めるにあたって、次のことに留意した。

① 3年という学年と児童の思考発達の段階を考えた場合、植木算は、かならずしも簡単な問題ではない。そこで、モールやきびがらの輪で、いろいろな図を作る。具体的操作を取り入れ、学習に対する興味と、意欲を起こさせる。

② また、発見学習という大きい立場から考えた場合、開いた線、閉じた線、面の数の多数ある図など、全ての形を対象として、課題、仮説、ねりあげ、検証と進めるべきだ。しかし、3年という学年を考えると、対象があまりにも大きく、全体の見通しや洞察が困難と思われる。そこでまず、個々の法則を見つけ出し、それらの法則をもとにして、より高いひとつの法則にまとめたい。もちろん、外見は、法則をバラバラに見つけているようにみえるが、開いた形の学習の疑問や問題から、閉じた形の学習、閉じた形の学習の疑問から、次の面の数がふえた学習といったように、学習に連続があるように組み立てた。これはまた、児童の意識の連続にもなる。

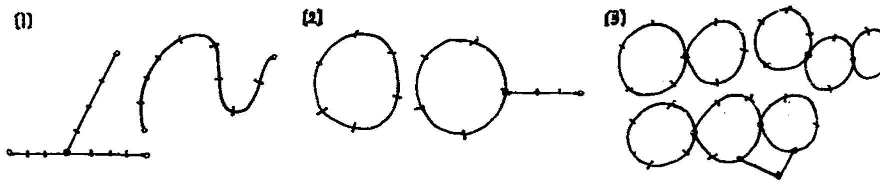
③ この学習で発見の対象、すなわち見つけるものは、〔1〕間の数＝物の数−1、〔2〕間の数＝物の数、〔4〕面の数＝物の数−1＋1などである。最終的には、どの法則も〔3〕の間の数＝物の数−1＋面の数である。このような法則を見つけさせるのは、児童に法則そのものを理解させようとするのではない。それだけならばむしろ、頭から教えこむ方が、時間的にも少なくすむし、理解も確かなものになるだろう。それは、この法則を見つける過程で、児童自身が、学習することの喜びを見つけ数学的な考え方や処理の仕方ができることを期待しているからである。すなわち、この学習では、順序よく、物と間を対応させること、関数的な考え、単純な数や物に置き変えること、表や図を使うことのよさに気づき、身につくことを期待している。いずれにせよ、この学習を通して、中学年における発見学習の姿と、植木算そのものの学年的限界と可能性を見つけたいと思っている。

中心観念　物と物（間）を対応させてとらえる考え方

課　　題　きびがらの数（玉の数）と間の数には、どんなきまりがあるだろうか。

目　　標　1　図形の長さや形に惑わされず、線の結びつき（閉曲線など）に着目して、物を分類することができるようにさせる。

2　(1)　(2)　(3)



〔1〕のような形には、（間の数）＝（物の数）－1

〔2〕のような形には、（間の数）＝（物の数）　　のきまりがあること

〔3〕のような形には、（間の数）＝（物の数）－1＋（面の数）を見つけさせる。

3　〔1〕と〔2〕は〔3〕の（間の数）＝（物の数）－1＋（面の数）で統合できることを理解させる。

4　きまり（規則）を使って、文章題が解けるようにさせる。

5　規則を見つける過程で、数学的な考え方や処理のしかたを身につけさせる。

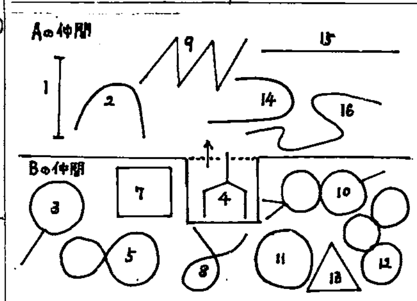
計　　画

過程＼内容		学習内容	時間
第一次	課題をとらえる	○　モールときびがらを使って、形を作り　分類する。 ○　分類の観点を明確にして、めあてをつかむ。	2
第二次	仮説をたてる(1) (2) (3)	○　間の数＝物の数－1 ・・・・・・・・・・・・・〔1〕 ○　間の数＝物の数 ・・・・・・・・・・・・・・・・〔2〕 ○　間の数＝物の数＋1　　間の数＝物の数＋2　〔4〕	3.5
	仮説のねりあげ	○　規則〔1〕〔2〕〔4〕は　間の数＝物の数－1＋面の数・・〔3〕にまとめられる。〔1〕〔2〕は、〔3〕の特殊な場合である。	
	たしかめる	○　規則をいろいろな場合でたしかめる。	
第三次	適用　発展	○　規則をつかって文章題を解く。	1.5

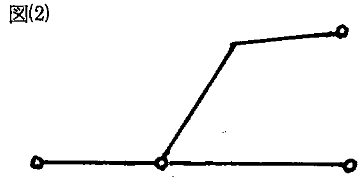
2. 展開

過程		教師の意図	時間	教師の指導（発問・助言・掲示・教具・留意点など）
課題をとらえる		1 具体的にいろいろな形を作らせる	35	(1) モール1本、きびがらの輪6個（全部使う）で、形を作らせる。 その他の条件（(1)、両はしには、必ず輪をつける。(2)、線が重なるところは、1個の輪をつける。(3)、1つの輪に、2本の線を入れてもよい。）
		2 図を発表させる	10	(4) 簡単な図を発表させ、観点を決め、それらの図を分類させる。
		3 分類の観点を調べさせる・	15	(6) どんな人が分けても、同じように分けることのできるのは、どれですか、（分類の観点がはっきりした分類）
		4 線のつながり方で図を分類させる		(7) ㋩のように（図(1)）分けると、どれとどれが同じ仲間といえるか
		5 めあてをつかませる		(9) 図(1)の分類（モールのつながり方、重なり方）は、間の数によって分類したものとはよく似ていることに気づかせめあてをつかませる
仮説をたてる（1.）	課題	6 問題を掲示する	5	(12) こんな図（図(2)）があります ここに全部で玉を32こ使います 間はいくつできるか（理由といっしょに記録させる）
	仮説をたてる	7 仮説を出させる（Aの仲間）	3	(14) 間の数を発表したが、そのわけを発表してください （記録(2)参照） (15) 間の数を30とした人の意見を発表させる
		8 めあての再確認	2	(18) 玉の数が32こと多いですね このまま調べるとめんどうですね
		9 法則を見つける方法を考えさせる	3	(20) どのようにして めあてを見つけるといいか (23) 数を小さくしたり、図を簡単に、という意見がありますが、どんな図にすればよいですか （記録させたあと、発表させる）
		10 図を単純化させる	4	(25) 児童は、法則を調べる図を、右の図のように、㋑ ㋺ ㋩ ㋥ にすればよいという意見を次々に出してきたので、「㋭の図でもよいのではないか」と問いかけた。
		11 法則を見つける時間を少なくして もっとよい方法を見つけさせる	10	(27) どんな図で調べるかわかったようですね 前に予想したみんなのきまりが、よいかどうか調べてごらん (29) たくさん調べるといいね、でも時間が、かかりすぎるよ 図(4)  (34) 図(3)の㋥ (26) (28) (29) (30) (31)の意見を押さえ、玉の数を4、5、6、7、8、にして表を作らせ、玉の数を調べさせる（表(1)）
		12 玉の数を類推させ	4	(33) 間の数を確認して、玉の数が10、11、32etcの場合を即

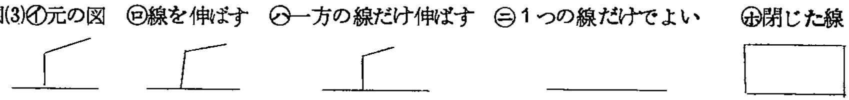
児童の動きと実態	考察	対策
(2) 作業が中心なので、非常に楽しそうに、形を作り出す 作った形をノートに記録する (3) 複雑な形を作る傾向があり、記録までに時間がかかりすぎる (5) 記録(1) 分類の観点(のべ人数) ㋑まっすぐ、まがった(10)㋺簡単、むずかしい(1)㋩モールのつながり方(重なる)(16)㋥かどがあるない(24)㋭まるがある、ない(15)㋬端があるもの(2)㋣その他(4) (8) 話し合いにより、図(1)のように分類する (10) 間の数で分けると、4はAの仲間となる、よく似た分け方だ (11) めあて ◎きびがらの数と間には、どんなきまりがあるだろうか	× 複雑な形を作る 図(1) ㋩の分類	簡単な形を作るように、指示する必要がある



児童の動きと実態	考察	対策
(13) 記録(1) ㋑ 31こ(34名)正答 ㋺ 30こ(3名) ㋩ 31こ〜34こ(1名) (15) 記録(2) ㋑間は、玉より1少ない(14名)㋺図は間が3で玉が4で間が少ない(8名)㋩端が間にならない(2名)㋥閉曲線との区別が明確(4名)㋥その他(3名)㋭無答(7名) (17) 間を30としたのは、まちがえたからです (19) めあてのきまりを見つけるといいと思います (21) 玉の数を32こにしないで、もっと少なくして考える (22) 図がちょっとむずかしいから簡単にするとよい 記録(3) ㋑直線を使い玉の数が少ない(10)㋺直線で32この玉を使った者(7)㋩図(2)を使った者(17)㋥無答(7) (24) 数も小さくすればよいという意見から、次のような図になる	× 間の数を31とする児童が多かった点 × 人の意見の迎合 図(2)	• モデルの難易度を考慮すること • 他の意見に左右されない児童にする



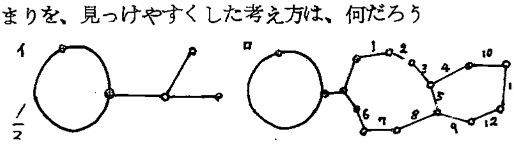
図(3)㋑元の図　㋺線を伸ばす　㋩一方の線だけ伸ばす　㋥1つの線だけでよい　㋭閉じた線



児童の動きと実態	考察	対策
(26) ㋭の図は、Aの仲間(図(1))だからだめだ、という意見と線がつながっているからだめだという意見などで、否定された。 (28) • 時間がないから調べられない • 玉の数を31こにして調べた • 10こにして調べた • 4こにして調べたなどの意見 (29) 前にもあったけど、数を小さくして、10ぐらいだといい (30) 初め、玉を2こぐらいからやって、2こがすんだら、3こ4こといくと、自然に調べられる(図(4)を参照) (31) つけ加えて、表をつかえばよいと思います。	× 図(3)の話し合いは助言不足のため、理解のふじゅうぶんな児童がみられる • 間と玉を対応させて調べる　すばらしい考え	• 児童の実態と学年にあわせた、適切な助言 表(1)

表(1)

間の数		玉の数
3	←	4
4	←	5
5	←	6
6	←	7
7	←	8

仮説をたてる（1）		る		答させる
		13　仮説をたてさせる	3	(35)　きまりが、わかった、という声があちこちから聞こえるので、記録、発表させる
	たしかめる	14　仮説を確かめさせる	4	(37)　表の(1)を指さし、全部、間の数は、玉の数より1少ないことを確かめ、ことばの式にまとめる
	適用し発展する	15　適用範囲を調べさせ、発展させる	4	(39)　玉の数を4や5を代入させ、ことばの式が正しいことを押さえる (41)　図(2)にもどり、法則〔1〕があてはまることを押え、図(5)のように——○玉と間を1つずつ増加させ、その時でも、法則〔1〕であることを押さえる
		16　本時の学習を押さえ次時へつなぐ	3	(42)　きまり〔1〕にならないわけは？ (45)　きまりを見つけやすくしたものは何か、きまりのあてはまる図はどんなものか考えさせ、次時のめあてもつかむ
仮説をたてる（2）		17　前次の学習から本時の問題を提示する	6	(47)　図(5)で、玉の数を138こだと、間は、いくつだろうか
		18　個数をはっきり出した根拠を発表させる	7	(49)　なぜ、何こと、はっきり出したのですか。理由をはっきりさせてください
		19　数や図を単純化させる	8	(51)　実際に、玉を139こにすると、間が調べにくいね
		20　きまり（法則）を見つけさせる	9	(54)　玉の数を、4、5、6、7、etcとして、間を調べさせる　表(2) (55)　どんなきまりになるだろうか　記録したのち、発表させる
		21　前のきまりと違う原因を明らかにさせる	7	(57)　どうして、前のきまりと違ってきたのだろう (59)　重なって、できるものを、面といおう　（図(6)）用語を教える
		22　きまりを見つけやすくしたのは、何か明らかにさせる	3	(60)　きまり〔2〕だったら、どんな図になるだろう (62)　きまりを、見つけやすくした考え方は、何だろう 図(6) 
		23　次時のめあてをつかませる	5	(64)　こんな図でも（図(6)の(イ)）だったら〔2〕のきまりになるだろうか　図(6)の(ロ)のように、玉の数を1つ1つ増加させ、間の数も1つ1つ増加していくことに気づかせる (69)　面の数をふやし、法則〔2〕になるかどうか、問題を投げかける
		24　学習をふりかえらせる	4	(70)　図を簡単にして、これ（枝）をとってもよいのは、どうしてか
		25　図を提示する	3	(73)　図(7)を示し、前の〔1〕〔2〕のきまりになるだろうか、違うと

(34) 間の数は、玉が１０この時９　玉が１１この時１０　玉が３２この時３１と正しく答えられる

(36) 記録(4) ㋑間の数は、玉の数より１少ない（１８）㋺端の方が離れている形は、間の数より玉の数が１少ない（１０）㋩玉の数が１多い（１）㊁も玉が４だと間が３で１少ない（１）

(38) 間の数＝玉の数－１　〔１〕（いっしょですの声…多数）

(40) 玉の数が３２この時、間の数は３１になることを確める

(42) 玉が１つふえると、間も１つふえるが、　いつでも、きまり〔２〕になる

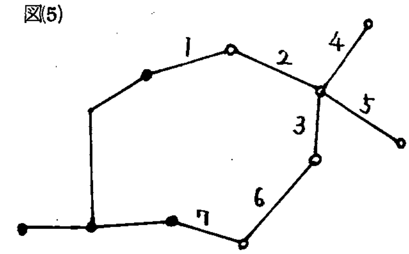
(43) 図(5)の７となった時、法則〔１〕にならないという意見あり

(44) 線が結びついた、Ａの仲間でない　間の数しかふえなかった

(46) 法則〔１〕のあてはまる図で、まちがえた者は３名。次時のめあては、図(5)のような時、法則〔１〕になるかどうか

- 玉の数を増加すると間も増加することから、法則が変わることに気づいている

図(5)



(48) 記録(5) ㋑正答１３８こ（２６）㋺　１３９（８）㋩１４０ぐらい（２）㊁１３５～１３６こ（１）　㊄無答（１）

(50) １３８こにしたわけは、端と端をつなぐと、間が１つふえます　の意見、前のきまりをつかって、１３９にした意見ｅｔｃ

(52) 前の時間のように、数を小さくし、図も簡単にするとよい

(53) 重なったところが１つあれば、線の出ているものは、はぶいてもよい。玉の数を１つ１つ減らして、間の数を１つ１つ減らせばよいと思う

(56) 記録(6) ㋑端と端が重なっている形は、玉の数と間の数が同じ（３２名）㋺間の数＝玉の数－０（３名）㋩誤答無答（３名）
間の数＝玉の数　……きまり〔２〕とする

(58) １つの玉が、２つ分の間を作っている。という意見や、やっぱり端と端が重なっているからだという意見がある

(61) ３名の児童の図が違う

(63) 記録(7) ㋑簡単な図（１６）㋺数を小さくしたから（８）㋩線のつながりに目をつけたから（３）㊁順序よく調べたから（５）㊄玉の数をふやしたり、へらしたりしたから（２）㋬めあてを持ったから(1)　㋣実際に調べたから（３）㋠その他（３）

(65) 図(6)の㋑は、きまり〔２〕でいいよ

(67) 玉の数が１つふえれば、間の数も１つふえるから、いいよ

(68) 図(6)の㋺は、面の数がふえたから、きまり〔２〕にならないと思う

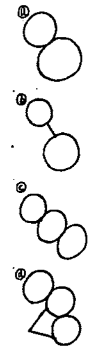
- 法則〔１〕と違うことに気づいている児童が多い
- 玉の増減が、法則を変えるのでなく端と端が、重なる（面という）と法則が変わるということに気づいている

表(2)

間の数		玉の数
4	←	4
5	←	5
6	←	6
7	←	7
8	←	8

(70) そんな（枝）ものが、いくつあっても、きまりには関係ない

(72) 前に、そんなところ（枝）の玉の数を減らしても、きまりに関係しなかったから、形を簡単にしてもよい

仮説をたてる（3〜5）	26　仮説を作らせる	8	すると、どんなきまりになるだろうか、問いかける 図(7) 
	27　玉と間を対応させて数えさせる	14	(75) 玉の数を、7〜10にして、間を調べさせる (77) 調べるのを中止させ、間の数え方を思い出させる (78) 図(7)ⓐⓑⓒⓓの間の数を発表させる
	27　仮説をねり上げ、確かめさせる	32	次に、図ⓐⓑⓒⓓのきまりと思われるものを記録させる。それぞれの図から出した規則が、正しいかどうか考えさせ、規則の違う原因を明らかにしたが紙面の関係上、一部省略し、児童が具体的な玉と間の数をもとにして、きまりとして出したものを右の欄に書いておく
	28　これまでの法則を思い出させる	4	(81) きまりをまとめる、間の数＝玉の数＋1…〔3〕 間の数＝玉の数＋2…〔4〕　間の数＝玉の数＋5…〔5〕
仮説をねりあげる	29　きまりを統一する場を設定する	19	(82) 法則〔1〕〜〔5〕までを1つの仲間だという人がいますが、ことばの式で、1つにできますか、（記録　発表させる） (84) きまりが㊀や㊁にまとめられることを、具体的な数や図を用いて
	30　統合的な、物の見方や態度を育てる	6	理解させ、きまり〔1〕や〔2〕は、きまり㊀や㊁（このきまりをきまり〔3〕とする）の特別な場合であることに気づかせる
たかしめ	31　間の数を変えるものか何が考えさせる	5	(85) 間の数は、玉の数だけでなく、間の数によっても違っていることに気づかせた。また、法則を見つけやすくした考え方も押えた
適用発展	32　問題を提示する 啓林館算数3年下105 p(1)の問題	9	(86) 道にそつそ、木が植えてあります。木と木の間は、みんな4mです。両端の木の間は何mでしょう　（問題(1)） (89) 間と木を対応させて　間の数を調べさせ きまり〔3〕をつかっても、間の数が出ることをおさえる
	33　問題を変形させる	10	(91) (86)の問題のだいじなことばを変えるとどんな問題が作れるだろう (93) 9、も10も間の数であることを押え、どちらが正しいか考えさせる。　図やきまりを使って、間の数を確かめさせ、間が10であることから、池のまわりは、40mになることを理解させる
	34　問題を提示する	10	(94) 木の間はみんな、4mです。池のまわりは何mでしょう
	35　一部問題省略	17	(96) 前の変形した問題と、比較させる
	35　法則〔3〕を使わなければとけない問題を提示する	15	(98) 長いなわに赤いはたを6本立てました。間の数を数えたら、8つありました。できた面の中に3人づつ入つて、ゲームをしようと思いますっ。何人の人がゲームをすることが、できるでしょう (99) わからないという人がいるけれど、どうすればよいか (103) 面の数が3だから、3人×3＝9人　であることを押えた
	36　学習のまとめと、今後の学習を考えさせる	4	(104) 法則を見つけやすくしたこと、疑問点、などを発表させる

(74) ・きまりは、わからないが、玉の数がふえる (76) ・玉の数より、間が1つ多い時、2つ多い時、いろいろある (78) 図が複雑になったので、間の数をまちがえる児童が多い (80) 間と物を1対1に対応させて、間の数を数える ⓐ ⓑⓒの法則は？ 記録(8)㋑間の数＝玉の数＋1（19名）㋺間の数は、玉の数より1つ多い（8名）㋩間の数は、玉の数より多い（8名）㋥その他（3名） ・ⓒの法則は？ 記録(9)㋑間の数＝玉の数＋2（27名）㋺間の数は、玉の数より2多い（6名）㋩面がふえると間もふえる（3名）㋥その他（無答も含む）（8名） ・ⓓの法則は？ 記録(10)㋑間の数＝玉の数＋3（27名）㋺間の数は玉の数より3多い（3名）㋩面がふえると間の数もふえる（2名）㋥その他（無答も含む）（5名） (83) 1つの法則にまとめられない。面が〔1〕から〔5〕までの法則を変えたことを知り、右のような板書から、1つの法則を考えてみる。記録(11)㋑面の数＝間の数～玉の数－1 or 面の数＝玉の数－間の数＋1 ㋺面の数－1＝玉の数－間の数 or 面の数－1＝間の数－玉の数 ㋩ 間の数＝玉の数－1＋面の数 ㋥ 間の数＝面の数＋玉の数－1 正答㋩、㋥（2名）	×はっきりとした仮説が立たない ×ことばとして、まとめることが困難 板書 きまりを変えたもの 間の数＝玉の数－1 間の数＝玉の数 間の数＝玉の数＋1 間の数＝玉の数＋2 間の数＝玉の数＋3 ×正答が少ない	問題（図）を1つずつ提示する この学習以前でも統合することのよさに気づかせておく きまりの番号 面の数 ---- 0 ---〔1〕 ---- 1 ---〔2〕 ---- 2 ---〔4〕 ---- 3 ---〔5〕 ---- 4 ---〔6〕 ・等号の考え方の指導、きまりの〔3〕〔4〕〔5〕から きまり〔6〕にまとめさせる ・具体的な図や形を、法則や面の数と対比させる
(87) 求めること、たいせつな数やことば（例えば、道にそって木が10本）を読みとって、問題を解く (88) ㋑10－1＝9　4m×9＝36m（26名）㋺4m×10＝40m　40－4＝36（7名）㋩誤答（6名） (90) 間の数＝10＋0－1＝9 だから、 間は9です (92) 池のまわりにそって、木が植えてあります。木と木の間はみんな4mです。池のまわりは何mでしょうか 記録(11) ㋑4m×10＝40m A 40m（31名） ㋺4m×9＝36m A 36m (95) 全員が、4m×8と立式したが、答の所で2名、まちがえた (97) 変形した問題と、同じかたちの問題であることに気づかせる また、きまりを使えば、どの問題も同じであることに気づく (100) きまりを使えばよいと思います。間の数＝物の数－1＋面の数の、わかっているところに数を入れればよいと思う (101) 間が8つ、物がはたで6本だから面がわかるといいよ (102) 記録(12) ㋑ 8＝6＋□－1あるいは8＝6－1＋□だから □＝3 （32名） ㋺ 8＝6＋□－1 □＝4（4名） ㋩ 無答（2名）	×かけ算のまちがえ ・変数となりうる文章題のことばを押えたこと や、法則〔3〕を用いたことは(87)(89)(94)の問題を1つの型の問題と ×誤答、無答がいるのは、変数が2つあるからである	

3. 指導後の考察

以上、植木算という１つの教材を通して、中学年（３年）なりの発見学習のあり方や望ましい姿を求めてきた。以下、学習過程を中心にして、児童の実態にふれながら、本学習を考察してみたい。

① 仮説をたてる段階では、一見して、学級全体の話し合いによった方がよいようにみえる。しかし、ここでは、むしろ個人の考えをたいせつにしなければならないと考える。その意味で、Ｐ４５の記録①②のように、個人の記録を残しておいたことは、自分の考えの根拠を明らかにして、他の優秀児の意見に惑わされないためにもよかったと思う。すなわち、この段階では、個人の考えを明らかにしておくことがたいせつであると考える。

② １つの題材（植木算）に発見学習の過程があるように、１時間の学習にも発見学習の過程が考えられる。たとえば、本学習では、開いた形の学習から、閉じた形の学習というように、小さなサイクルで学習を進めてきた。この結果、閉じた形の学習に 前時の開いた形の学習の考えや処理の仕方、着想が生かされ、時間にも余裕があった。このような積み重ねと、年令や思考の発達にしたがって、より大きな集合を対象とした、発見学習が可能になってくるのである。

③ 仮説を立てさせるための問題（モデル）は、児童に、ある程度抵抗のあるものであった方がよい。なぜなら、問題が簡単であると、すぐ正答を出してしまい、仮説をたてたり、仮説をねりあげたりする必要がなくなり、発見しようとする、児童の姿がみられなくなるからである。

④ この学習でも、Ｐ４５の記録①では、正答が３８名中３４名と、多すぎた結果、ねりあげの姿がみられなかった。その原因は、作業（モールときびがらを使った学習）が及ぼす学習効果を、あまり考慮しなかったからだといえる。しかし、児童を困難な状態に追いこんだ時に、よりよい発見学習ができるからといって、作業をやめてしまった方がよいと考えるのは、危険である。なぜなら、発達段階を考えた時、具体的な場面を通すことなしに、学習を考えることが、できないからである。

⑤ では、どうすれば、児童を「仮説をねりあげる」場面においこむことができるか、考えてみると、本学習の問題（モデル）の提出にあたっては、次のようなモデルの出し方をすれば、よかったと思う。㋑図を複雑にするか、特殊な図を提示する。㋺玉の数を多くして考えにくくする。㋩個の問題でなく、多数の問題を対象として考えさせる。㋥前時の学習、すなわち、モールを使った学習を簡単に扱う。

⑥ Ｐ４９に、１つの法則〔３〕に統合する場面を設定したが、〔1〕〔2〕〔4〕〔5〕などを１度に考えさせたので、〔３〕の式にまとめることができた児童は ３名と、非常に少なかった。これは、特殊な法則〔1〕〔2〕も含めて考えさせたからだと考える。このような扱い方でなく、まず、一般的な法則、〔4〕〔5〕〔6〕から、法則〔３〕を導き出し、その後、法則〔1〕〔2〕を面の数が、０と１の特殊な場合の式であると、いった指導順序をとれば、もっと、法則〔３〕を見つけたと思う。

⑦ また式を統合する児童が少なかったもう１つの原因は、式指導（等号、等式）が、まだじゅうぶんでなかったからだと考える。等式の指導がじゅうぶんできておれば、法則〔３〕を文章題に適応させる場合においても 未知数をきちんと出すことができただろう。

4　低学年と発見学習

1.　低学年からみた発見学習への障害

「発見的行為による原理や法則の発見」、これが発見学習を特徴づけているものであることは、すでに述べられているとおりであるが、低学年という立場からこうした特徴を生かそうとすると、実際指導ではかなりの障害にぶつからざるをえない。その原因について既括し述べることにする。

(1)　心身の未分化からくる障害

低学年児童は心身ともにいまだ未分化の状態にある。

したがって、日々の学習もその時その時の気分によって大きく左右される面が多く、自覚的に学習を進めるといったことは、一般的にはむずかしいものである。しかるに、発見学習は「発見的行為に依存する学習」であり、このこと自体はかなりの時間にわたる課題への追求心や忍耐心を前提としなければならない。ここに一つの困難性がある。

次に発見学習が発見の対象としているものは、原理、法則、規則といったものであるが、これらはいろいろな事実の学習から導きだされるものであり、その特質は「抽象性」にあるといえよう。

いうまでもなく、低学年児童は「具体的思考」の段階である。ここにまた一つの障害がみられる。

(2)　学習過程にみられる障害

課題をとらえる、仮説をたてる、仮説をねりあげる　たしかめる　発展する　といった一連の過程をとおって発見学習は展開されるのであるが、その際の推進力となるものは既習の経験であり、児童自身が身につけている学習方法である。

ところが低学年児童は、既習の経験それ自体を積みあげねばならず、また課題をとらえ、仮説をたて、ねりあげることそのものの学習から出発しなければならないのである。このことは、このような歩きかたで、いやこのような走り方でといった歩くこと走ることそのものの質を問題にする以前に、歩くことそのことができていなければならないことにもたとえられるであろう。このように考えると、高学年が既習の経験や学習方法を使いこなす段階なら、低学年はそのことをやしないつつ、発見学習に接近していく時代といえよう。

2.　発見学習に接近するための低学年児童への対策

(1)　数学的事実をとおして数理へ

ここでいう数学的事実とはどんなことをさすかの具体的な紹介は、37ページの1の1「見つけるもの」に述べたところであり、この数学的事実についての学習を抜きにして、発見の対象である数理　原理、法則、規則　の発見がなされないことは、小学校の児童全体についていえることである。しかし、このことは低学年の思考が具体的思考を特質としているだけに、特に重視しなければならないことであり、しかも根気よく個々の学習における個々の数学的事実について、くり返し指導する必要がある。このことが37ページの1の1で述べているように「……④⑤の学習からみつけだしてい

る、「どの数の時でも一方がふえただけ他方がへっている…………作り方は作る数より1つ多くある…」といった、いわゆる発見の対象となる数理を指摘することになったものと受けとりたいのである。

② 学習方法の習得

ふたたび37ページにある「5の構成」を例にして述べることにする。「5はいくつといくつで作れるか」と聞くと、2と3で作れる　4と1で、3と2でというように、散発的で多様な作り方はでてこない。おはじきで作らせると多様な作り方はふえたが、落ちや重なりはもちろん、順序よく作ることは当然出てこない。発言も　ぜんぶ5とか、4と1、1と4は反対とか、赤と青の色があるといった程度のものであった。そこで赤おはじきの数123に青おはじき432と対応するように「順序性」──これは数学における重要な方法であるが──を入れていくと、みんな5である（集合的なとらえ方）、赤がふえただけ白がへっている（関数的なとらえ方）、5と0、0と5の作り方もできる（極限のとらえ方）、5の作り方はぜんぶで6とおりある……といった発言がみられるようになった。学習のまとめとして、順序よく考えていったことがたくさんのことをみつけるもとになったことを強調しておいた。このことはその発言の質からみて、いわゆる発見学習での発見の対象に数段の接近をみせていることからも、当然のことであるし、欠かすことのできない低学年児への配慮であろう。

私どもはこうした学習方法を身につけさせることが、発見学習の推進力となることを銘記しているものである。なお省略しているが、仮説、検定といった発見段階に必要な方法の習得も必要事である。

③ よりよい教具の活用（具体性をもった場）

数の構成におはじきを使用するといったこと自体は、決して新しいことではないしむしろありきたりのものであろう。だが、数学的事実をとおして数理へということも、学習方法の習得も抽象的な場では指導しにくい。この意味で教具をはじめ、え、図表　動作化……などを含めた具体的な場を設定し、具体に則してじょじょにねりあげることが重要なことであると、いまさらのように痛感しているのである。このことは上記②や3の実践例を参照していただきたい。

5　研究をふりかえって

発見学習をどのようにうけとり、どのような過程をたどらせ、どのような方法でやることがよりたしかなものになるのか。またその際、学年や教材による差異をどうしていけばよいのか……等々、手をつけなければならない仕事は山積していた。

しかし、こうした多くの解明すべき問題をかかえこみながらも、本年はその一部分をかいまみる程度で、むしろ　発見学習とはどんなことなのかの発見に終始した感が深ったことを反省している。

次年度では、ふじゅうぶんながらも本年につかみえたいわば「発見学習のモデル」を出発点としてその一般化を実際と理論の両面から求め続けたいと考えている。このことにより、困難ながら多年の懸案であった「評価」の分野に足がかりをつけたいとも夢みている。ご教示いただけば幸甚である。